

Математическая модель осевого насоса

М.С. Фокин¹, Г.П. Голодных²

¹Новосибирский государственный технический университет,
²АО «СИНЕТИК», Новосибирск, Россия.

Аннотация: Данная статья посвящена разработке математической модели осевого (пропеллерного) насоса. Рассмотрены области применения насосов данного вида. Математическая модель реализована в приложении *SIMULINK* программного обеспечения *MATLAB*. Разработка модели основывается на расходно-напорной характеристике осевого насоса *PL 7121/905*, представленной в технической документации. Управление производительностью насоса происходит с помощью преобразователя частоты, что вносит свои изменения в математическую формулы расходно-напорной характеристике и, следовательно, в разрабатываемую модель в программе *SIMULINK*. Математическая модель условно разделена на два блока: расходно-напорная характеристика и инерционность. Первым этапом разработки является расчет коэффициентов расходно-напорной характеристики по имеющемуся в технической документации графику данной характеристики, наиболее удобным способом расчета является аппроксимация функции. В ходе разработки, были выявлены некоторые особенности, которые необходимо учитывать: значение напора зависит от частоты питающего напряжения, поэтому модель имеет дополнительный выход, который показывает значение напора в текущий момент времени. Второй блок модели состоит из апериодического звена первого порядка. Насос – это асинхронный двигатель с лопастным колесом на валу. Передаточной функцией асинхронного двигателя является апериодическое звено второго порядка, однако с учетом инерционности электродвигателя и насоса электромагнитной постоянной можно пренебречь, что преобразует передаточную функцию в апериодическое звено первого порядка. Постоянная времени насоса состоит из двух компонент: электрохимическая постоянная времени и постоянная времени лопастного колеса. Значение постоянной времени лопастного колеса зависит от размеров лопастного колеса и вязкости транспортируемой жидкости. В статье представлены графики переходных процессов разрабатываемой модели осевого насоса.

Ключевые слова: расходно-напорная характеристика, постоянная времени лопастного колеса, постоянная времени насоса.

ВВЕДЕНИЕ

Для перекачки больших объемов жидких сред под малым напором весьма эффективно применение осевых или, как их еще называют, пропеллерных насосов. Чаще всего их используют при подачах более 500 м³/ч при напоре 4–7 м. Осевые насосы, как и центробежные и винтовые, относятся к группе лопастных гидравлических агрегатов. Осевые насосы могут работать практически с любыми жидкими средами разных температур, как нейтральными, так и агрессивными, с чистыми или загрязненными твердыми и жидкими примесями, добываясь при этом довольно высокой производительности при невысоком уровне напора.

Область применения осевых насосов: тепловые и атомные электростанции, предприятия химического и нефтехимического комплекса, оросительные установки, системы циркуляционного водоснабжения.

1. РАСХОДНО-НАПОРНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА

Основной характеристикой насоса является расходно-напорная характеристика. На *Рис. 1* представлена такая характеристика для осевого насоса *PL 7121/905*[1]. Напор представлен в метрах, а расход в литрах/сек. Расходно-напорная характеристика насоса аналитически описывается уравнением полной квадратичной параболы [2]:

$$H_H = a_0 + a_1 Q_H + a_2 Q_H^2. \quad (1)$$

Здесь H_H и Q_H – соответственно напор, развиваемый насосом, и производительность насоса при любом режиме его работы ($Q_H \neq 0$), эти величины измеряются в метрах и кубических метрах на секунду, соответственно; a_0 – напор, развиваемый насосом, при $Q_H = 0$; a_1 и a_2 – постоянные, величины и знаки, которых зависят от формы расходно-напорной характеристики насоса.

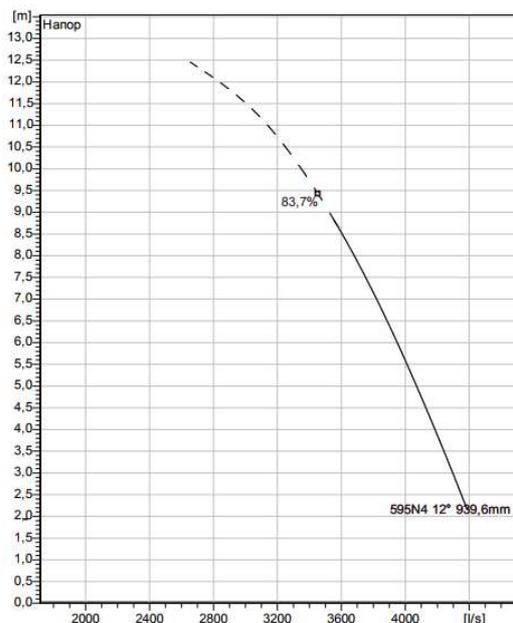


Рис. 1. Расходно-напорная характеристика

Если управлять производительностью насоса с помощью преобразователя частоты (ПЧ), то уравнение расходно-напорной характеристики (1) примет следующий вид:

$$H_H = a_0 \left(\frac{f}{f_{НОМ}} \right)^2 + a_1 Q_H \frac{f}{f_{НОМ}} + a_2 Q_H^2 \cdot (2)$$

десь f – текущая частота питающего напряжения (в Герцах), а $f_{НОМ}$ – номинальная частота питающего напряжения для данного насоса (в Герцах).

В случае регулирования подачи насоса, входными параметрами модели являются частота питающего напряжения и напор.

II. РАСХОДНО-НАПОРНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА В ПРОГРАММЕ SIMULINK

Первый блок предлагаемой модели насоса включает математические расчеты величины расхода по известной частоте питающего напряжения и по напору, используя уравнение расходно-напорной характеристики.

Номинальное значение частоты питающего напряжения представлено в технической спецификации насоса. Неизвестные коэффициенты, которые входят в формулу (1), необходимо рассчитать из представленного в спецификации графика расходно-напорной характеристики. Один из вариантов – рассчитать коэффициенты по трем известным точкам, т.е. рассчитать первую и вторую производные и решить систему уравнений:

$$\begin{cases} H_H = a_0 + a_1 Q_H + a_2 Q_H^2 \\ \dot{H}_H = a_1 + 2a_2 Q_H \\ \ddot{H}_H = a_2 \end{cases}$$

где a_0 , a_1 и a_2 являются искомыми коэффициентами.

Другой вариант – воспользоваться программным обеспечением для аппроксимации функции одной переменной по нескольким точкам. Воспользовавшись вторым методом, для расходно-напорной характеристики, представленной на рисунке 1, рассчитаем коэффициенты и подставим в модель (Рис. 2).

В модели, представленной на Рис. 2, используется блок «Rate Limiter», который ограничивает скорость изменения частоты.

Для проверки полученных результатов возьмем рабочую точку: расход 3600 л/с (3,6 м³/с), напор 8,5 м. Рабочая частота равна номинальной – 50 Гц. Таким образом, на выходе модели должен быть расход 3,6 м³/с.

На Рис. 4 видно, что в момент времени 38 с появляется излом функции. Однако итоговое значение расхода соответствует требуемому (3,6 м³/с). Чтобы понять, с чем это связано, рассмотрим алгоритм работы созданного блока.

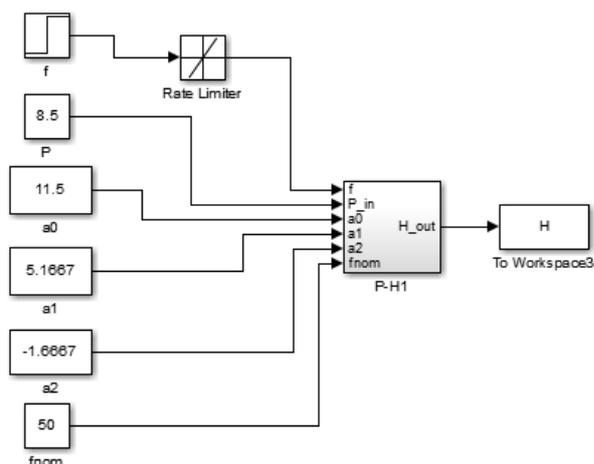


Рис. 2. Модель системы

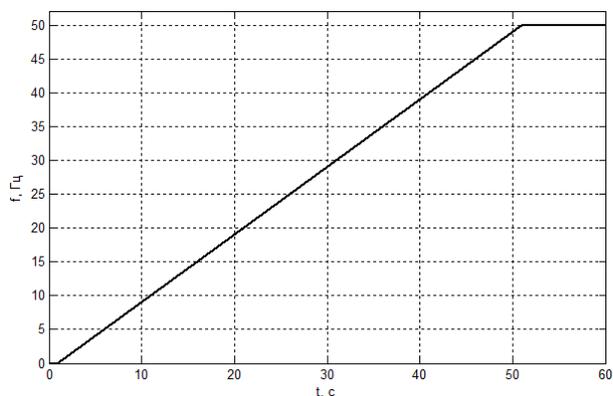


Рис. 3. График изменения частоты

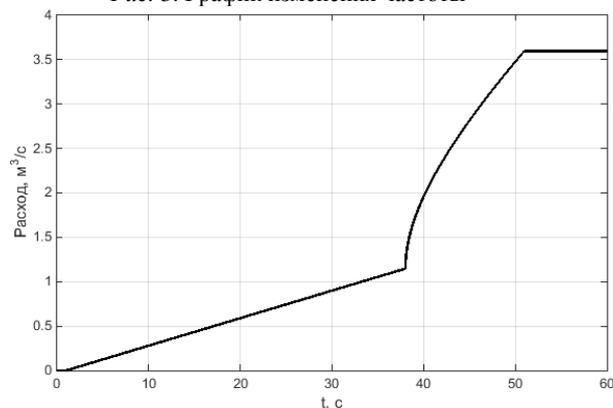


Рис. 4. График изменения расхода от времени

Уравнение (2) преобразуем к виду

$$a_2 Q_H^2 + a_1 Q_H \frac{f}{f_{НОМ}} + \left(a_0 \left(\frac{f}{f_{НОМ}} \right)^2 - H_H \right) = 0$$

В данном уравнении неизвестен расход Q_H . Находим дискриминант. Если значение дискриминанта отрицательное, то получаем комплексно сопряженные корни. Это препятствует дальнейшим расчетам, поэтому в модели установлен блок сравнения, и если дискриминант меньше нуля, то его значение приравнивается нулю. Далее находим корни и выбираем больший из них. Больший является

правым по оси (расход в расходно-напорной характеристике).

В ходе исследования выяснилось, что до точки излома графика, дискриминант равен нулю. После того, как дискриминант становится больше нуля, происходит резкое возрастание расхода. Причина этого заключается в том, что при расчете в модели используется значение напора, соответствующего рабочей точке. На самом деле значение напора квадратично зависит от значения частоты: $H = kf^2$. Чтобы

узнать значение коэффициента k , необходимо знать две точки. Одна, из них – точка $(0, 0)$. Вторая точка – $(H, f_{ном})$, напор и номинальная частота питающей сети.

Внесем изменения в модель:

- Значения напора будет изменяться в зависимости от значения частоты.
- Добавим в модель выход, который будет показывать изменение напора.

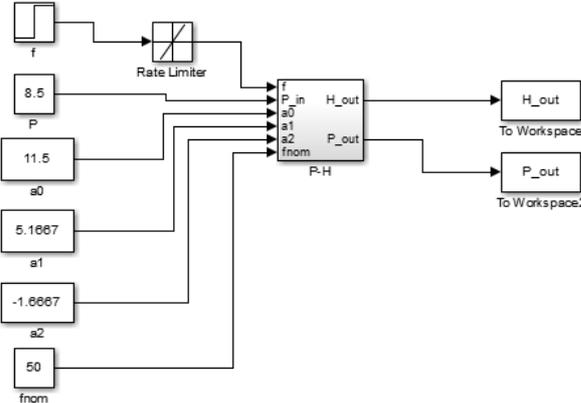


Рис. 5. Модель системы с внесенными изменениями

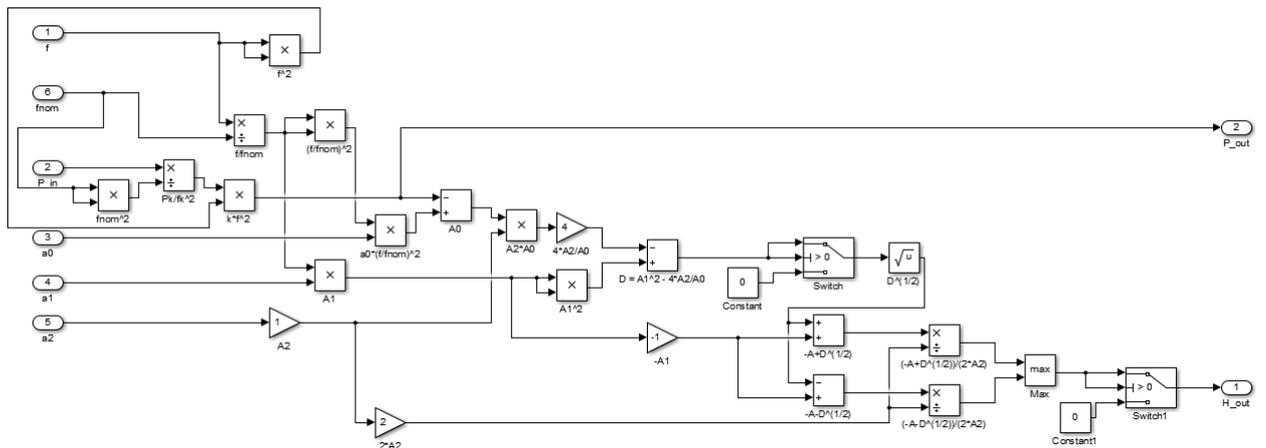


Рис. 6. Блок P-H в модели системы

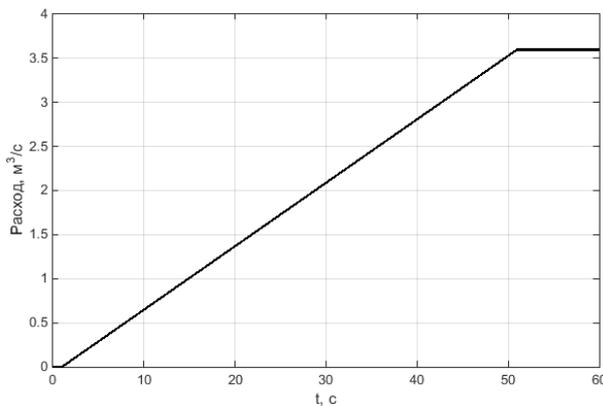


Рис. 7. График изменения расхода

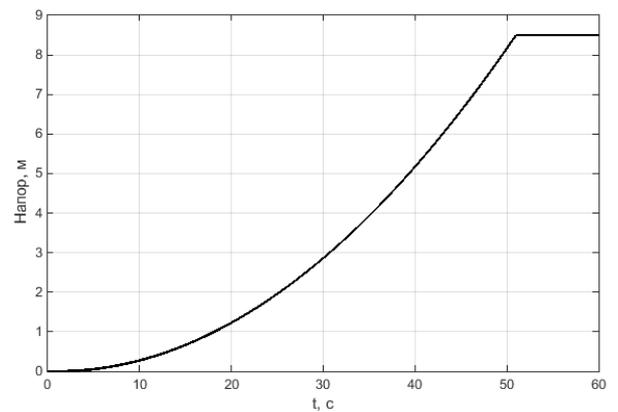


Рис. 8. График изменения расхода

На Рис. 7 и 8 видно, что расход со временем изменяется линейно, а напор квадратично. Напор и расход достигают необходимых значений по окончанию переходного процесса.

III. УЧЕТ ВЛИЯНИЯ ДВИГАТЕЛЯ

Насос приводится в движение асинхронным двигателем (АД). Передаточная функция АД имеет следующий вид:

$$W(s) = \frac{1}{T_{\text{Э}}T_{\text{М}}s^2 + T_{\text{М}}s + 1}, \quad (3)$$

где $T_{\text{Э}}$ – электромагнитная постоянная времени, $T_{\text{М}}$ – электромеханическая постоянная времени.

С учетом инерционности электродвигателя и насоса электромагнитной постоянной времени можно пренебречь. Следовательно, передаточ-

ная функция АД будет являться аperiodическим звеном первого порядка.

Для учета инерционности, вносимой лопастным колесом АД, введем постоянную времени $T_{\text{ЛК}}$ (постоянная времени лопастного колеса), а сумму постоянных времени $T_{\text{Н}} = T_{\text{М}} + T_{\text{ЛК}}$ обозначим как постоянную времени насоса. Тогда передаточная функция будет иметь вид, представленный на *Рис. 8*, а переходные процессы – на *Рис. 9*.

$$W(s) = \frac{1}{T_{\text{Н}}s + 1}. \quad (4)$$

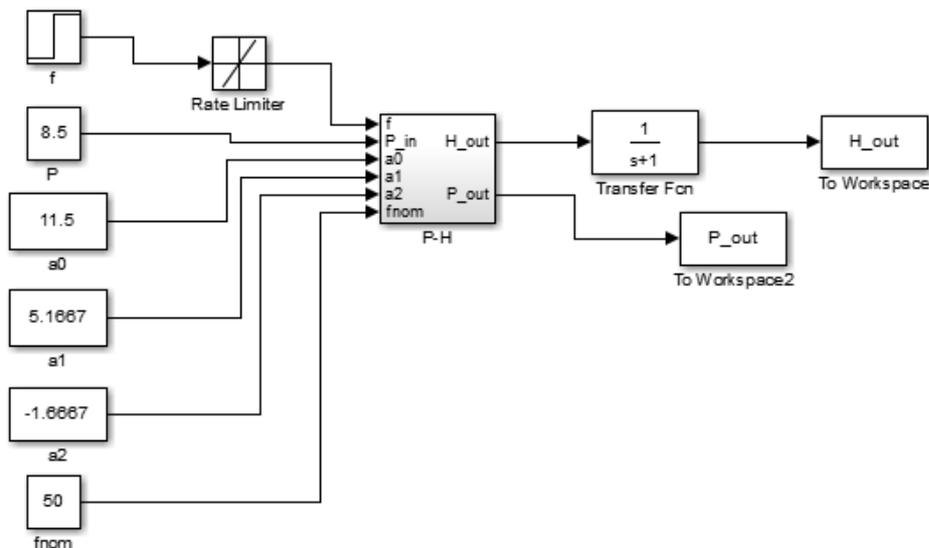


Рис. 8. Модель насоса со звеном инерционности

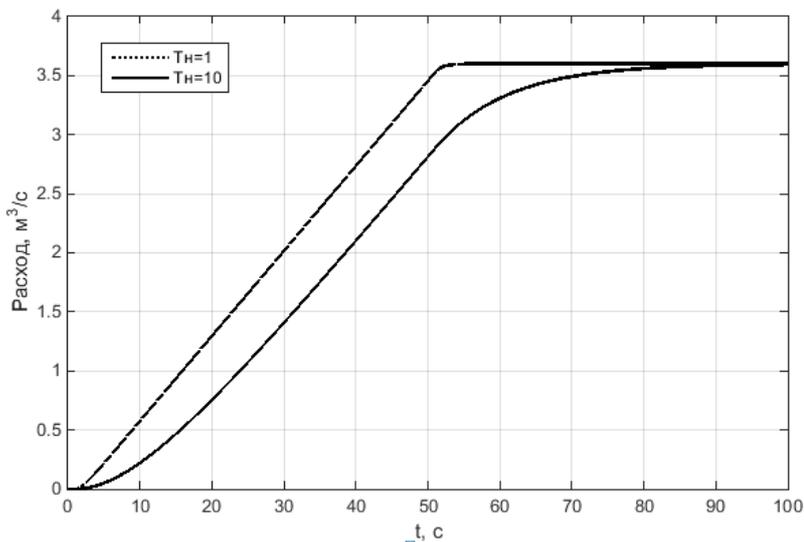


Рис. 9. Переходные процессы при различных $T_{\text{Н}}$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье разработана математическая модель осевого насоса. Используя спецификацию насоса *PL 7121/905*, рассчитаны и введены в модель коэффициенты расходно-напорной характеристики и значение частоты питающего напряжения.

На входе модели установлен блок «*Rate Limiter*», который ограничивает скорость изменения частоты. В данном случае этот блок

имитирует преобразователь частоты с включенной функцией *Ramp*. При моделировании системы с использованием данной модели насоса вместо блока «*Rate Limiter*» можно использовать более полную модель частотного преобразователя.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Xylem. Техническая спецификация PL 7121/905 3~ 595N4 <https://www.xylem.com/en-us>
- [2] Хачатрян, Р.М. Определение точного значения производительности насосной станции при параллельной работе центробежных насосов двух марок в любых количествах m1 и m2 с n группами нагнетательных трубопроводов разных диаметров / Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2008.



Максим Сергеевич Фокин – магистрант кафедры Автоматики НГТУ.
E-mail: e8r7@mail.ru

630073, Новосибирск,
просп. К.Маркса, д. 20



Геннадий Петрович Голодных – к.т.н., главный инженер АО «СИНЕТИК». Проектирование и производство систем автоматизации технологических процессов

E-mail: gp@sinetic.ru

630073, Новосибирск,
просп. К.Маркса, д. 20

Статья поступила 12 января 2018 г.

Mathematical Model of an Axial Pump

M.S. Fokin¹, G.P. Golodnykh²
¹Novosibirsk State Technical University
²JSC SINETIC

Abstract. This article is devoted to the development of a mathematical model of an axial (propeller) pump. Areas of application of pumps of this type are considered. The mathematical model is implemented in the SIMULINK application of the MATLAB software. The development of the model is based on the head-flow pump curve of the axial pump PL 7121/905, presented in the technical datasheet. The pump performance is controlled by a frequency converter, which makes its changes in the mathematical formula of the head-flow pump curve and therefore the model developed in the SIMULINK program. The mathematical model is conditionally divided into two blocks: head-flow pump curve and inertia. The first stage of development is the calculation of the coefficients of head-flow pump curve according to the schedule of this characteristic available in the technical datasheet; the most convenient calculation method is the approximation of the function. During the development, some features have been identified that must be taken into account: the value of the head depends on the frequency of the supply voltage, so the model has an additional output that shows the value of the pressure at the current time. The second block of the model consists of an aperiodic link of the first order. The pump is an asynchronous motor with a paddle wheel on the shaft. The transfer function of an asynchronous motor is an aperiodic link of the second order, however, taking into account the inertia of the electric motor and the pump, the electromagnetic constant can be neglected, which transforms the transfer function into an aperiodic link of the first order. The time constant of the pump consists of two components: the electromechanical time constant and the time constant of the impeller wheel. The value of the time constant of the impeller wheel depends on the size of the impeller and the viscosity of the fluid being transported.

The article presents the graphs of the transient processes of the developed model of the axial.

Key words: head-flow pump curve, impeller wheel time constant, pump time constant.

REFERENCES

- [1] Xylem. Technical Specification PL 7121/905 3 ~ 595N4 <https://www.xylem.com/en-us>
- [2] Khachatryan, R.M. Determination of the exact value of the pumping station productivity in parallel operation of two types of centrifugal pumps in any quantities m1 and m2 with n groups of injection pipelines of different diameters / Izv. NAS RA and SEUA. Ser. TN. 2008.



Maxim Sergeevich Fokin – PhD-student of Automatics Department of NSTU.

E-mail: e8r7@mail.ru

630073, Novosibirsk,
st. Prosp. K. Marksa, h. 20



Gennady Petrovich Golodnykh - Ph.D., chief engineer of JSC "SINETIC". Design and manufacture of process automation systems

E-mail: gp@sinetic.ru

630073, Novosibirsk,
st. Prosp. K. Marksa, h. 20

The paper was received on January 12, 2018.