

Дробно-степенные ПИД-регуляторы и пути их упрощения с повышением эффективности управления

Вадим Жмудь^{1, 2}, Александр Заворин²

¹ Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

² Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия

oaonips@bk.ru

Аннотация. Исследуется возможность достижения более простым регулятором соизмеримых или лучших результатов в сравнении с известным изощренным методом синтеза ПИД^{λμ}-регуляторов, более сложных, чем широко известные и повсеместно применяемые ПИД-регуляторы. В результате продемонстрирована возможность достижения лучших результатов более простым путем²

Ключевые слова: численная оптимизация, регуляторы, автоматика, моделирование, динамика систем, точность управления

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ ЕЕ РЕШЕНИЯ

Управление динамическими объектами в замкнутом контуре применяется во всех отраслях науки и техники, при этом наибольшее распространение получили регуляторы, содержащие пропорциональный, дифференцирующий и интегрирующий тракт, называемые ПИД-регуляторами. Множество авторов предпринимали попытки модифицирования структур ПИД-регуляторов в расчете на новизну, обоснованную лучшей эффективностью. Одно из таких направлений состоит в использовании нецелого показателя степени в дифференциальном уравнении регулятора, что соответствует неполному интегрированию и (или) дифференцированию [1–6]. Суть так называемого регулятора с дробным порядком интегрирования и (или) дифференцирования (ПИД^{λμ}-регулятора) заключается в двух шагах: а) утверждается и показывается на примерах, что использование нецелой степени интегрирования и (или) дифференцирования дает положительный эффект (по крайней мере, в ряде задач); б) утверждается, что в рамках наперед заданной точности регулятор по предыдущему пункту может быть реализован в структуре, использующей лишь целую степень интегрирования и дифференцирования. Даны рекомендации по такой аппроксимации.

Такое решение делает актуальным решение

ряда вопросов.

1. Поскольку аппроксимация тем точнее, чем сложнее регулятор, следует определить, какой погрешностью точности достаточно при этом ограничиться, то есть какая сложность регулятора достаточна.

2. Насколько оправданы выводы по результатам сравнения эффективности сложных структур регуляторов с эффективностью ПИД-регуляторов? Может оказаться, что численная оптимизация параметров этих сложных структур обеспечить лучшие регуляторы, чем метод, основанный на приближительной реализации фрактальных регуляторов.

3. Нельзя ли упростить указанные сложные структуры не на основе критерия малой погрешности аппроксимации, а на основе критерия достижения целей синтеза регулятора?

Действительно, предлагаемые регуляторы содержат сложные структуры, число числовых параметров в которых варьируется от 6 до 12 и более. ПИД-регуляторы содержат лишь три численных параметра. Если введение дополнительных структур с новыми параметрами позволяет обеспечить лучшее качество управления, то имеются основания предполагать, что последовательное увеличение числа параметров регулятора от 3 до 6 в некоторых структурах может позволить постепенно увеличивать качество регулятора и расширять его возможности при движении от регулятора с тремя параметрами к регулятору, например, с десятью параметрами.

1. ФОРМИРОВАНИЕ ПИД^{λμ}-РЕГУЛЯТОРА

ПИД^{λμ}-регулятор предлагается формировать в форме аппроксимации рациональной передаточной функцией [3–4] в виде:

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s^\lambda} + T_D s^\mu \right), \quad (1)$$

где K_p коэффициент пропорционального тракта, T_I параметр звена интегрирования, T_D коэффициент дифференцирующего звена, λ порядок интегратора, такой, что $0 < \lambda < 1$, μ порядок дифференциатора, такой, что $0 < \mu < 1$, s – аргумент в преобразовании Лапласа или

² Работа выполнена по заданию Министерства образования и науки РФ, проект №7.599.2011, Темплан, НИР № 01201255056.

символическая запись операции дифференцирования в случае использования дифференциальных уравнений. Параметры регулятора K_P , T_I , T_D в [5] предлагается определять с помощью метода Зигеля–Николса [4]. Этот выбор явно не оптимален, поскольку этот метод не самый эффективный для достижения наилучшего качества управления.

Тракт интегрирования $\text{ПИ}^\lambda \text{Д}^\mu$ -регулятора описывается в области частот следующей передаточной функцией:

$$C_I(s) = \frac{1}{s^\lambda}, \quad (2)$$

В диапазоне частот $[\omega_L, \omega_H]$, дробно-степенной интегратор может быть смоделирован функцией, представленной следующим образом:

$$C_I(s) = \frac{K_I}{\left(1 + \frac{s}{\omega_c}\right)^\lambda}, \quad (3)$$

так как при больших частотах единицей в знаменателе (3) можно пренебречь:

$$C_I(s) = \frac{K_I}{\left(\frac{s}{\omega_c}\right)^\lambda} = \frac{1}{s^\lambda}, \quad (4)$$

$K_I = (1/\omega_c)^\lambda$ и ω_c является угловой частотой среза, таким образом, что $\omega_c = 0.1\omega_L$.

В [5] предполагается далее аппроксимация дробно-степенного интегратора (4) в диапазоне частот $[\omega_L, \omega_H]$ рациональной функцией следующего вида:

$$C_I(s) = \frac{1}{s^\lambda} \approx K_I \frac{\prod_{i=0}^{N-1} (1 + s/z_i)}{\prod_{i=0}^N (1 + s/p_i)}. \quad (5)$$

Для вычисления параметров аппроксимации в [5] предлагается методика.

II. ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ПРИМЕР

II. 1. Задача и ее решение описанным методом

Чтобы продемонстрировать применение предложенного подхода, рассмотрим традиционную структуру системы управления с обратной связью. Объект управления представляется передаточной функцией:

$$W_o(s) = \frac{1}{s(1+2s)} e^{-s}. \quad (6)$$

Регулятор $C(s)$ формируется в виде (1). Сначала параметры λ и μ принимаются равными 1, что означает, что $\text{ПИ}^\lambda \text{Д}^\mu$ -регулятор принимает вид классического ПИД-регулятора. Применяя настраивающий метод Зигеля–Николса, находим параметры классического

ПИД-регулятора K_P , T_I и T_D , а именно: $K_P = 0.444$, $T_I = 6.0$, $T_D = 1.5$. Используем эти же коэффициенты для обобщенного $\text{ПИ}^\lambda \text{Д}^\mu$ -регулятора, получим:

$$C(s) = 0.444 \left(1 + \frac{1}{6s^\lambda} + 1.5s^\mu\right). \quad (7)$$

Параметры $\text{ПИ}^\lambda \text{Д}^\mu$ -регулятора λ и μ взяты из статьи [5] и равны соответственно 0.06 и 0.95:

$$C(s) = 0.444 \left(1 + \frac{1}{6s^{0.06}} + 1.5s^{0.95}\right). \quad (8)$$

Рациональное приближение функции иррационального $\text{ПИ}^\lambda \text{Д}^\mu$ -регулятора дается соотношением:

$$C(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s^\lambda} + T_D s^\mu\right) \approx K_P \left(1 + \frac{K_I \prod_{i=0}^{N_I-1} (1 + s/z_{Ii})}{T_I \prod_{i=0}^{N_I} (1 + s/p_{Ii})} + T_D K_D \frac{\prod_{i=0}^{N_D} (1 + s/z_{Di})}{\prod_{i=0}^{N_D} (1 + s/p_{Di})}\right). \quad (9)$$

Здесь $K_P = 0.444$; $K_I/T_I = 0.2335$; $K_D T_D = 0.007$; $z_{Ii} = 0.0182(21.3676)^i$; $p_{Ii} = 0.0152(21.3676)^i$; $z_{Di} = 0.0048(1438.4498)^i$; $p_{Di} = 4.3308(1438.4498)^i$.

На *рис. 1* показана реакция системы управления с обратной связью, когда $C(s)$ является классическим ПИД-регулятором и когда $C(s)$ является $\text{ПИ}^\lambda \text{Д}^\mu$ -регулятором в его рациональной форме. На *рис. 2* приведены графики статической ошибки (отсчет начат через 50 с после начала процесса). На *рис. 3* приведена структура для моделирования регулятора по соотношению (9), а на *рис. 4* – соответствующие переходные процессы при единичном ступенчатом скачке задания. При этом на *рис. 3* и 4 верхней структуре и процессу с наибольшим перерегулированием (более 50%) соответствует система с ПИД-регулятором ($\mu = \lambda = 1$), средней структуре и процессу со средним перерегулированием (менее 20%) соответствует система с регулятором по уравнению (9). Нижняя структура и график с наименьшим перерегулированием но наиболее медленно затухающей ошибкой иллюстрирует ПИД-регулятор, в дифференцирующий тракт которого введена передаточная функция с параметрами, найденными эмпирическим путем.

II. 2. Исследование возможностей альтернативного метода синтеза регулятора

Как можно увидеть из рассмотренного примера, рациональная форма $\text{ПИ}^\lambda \text{Д}^\mu$ -регулятора имеет очень сложную структуру.

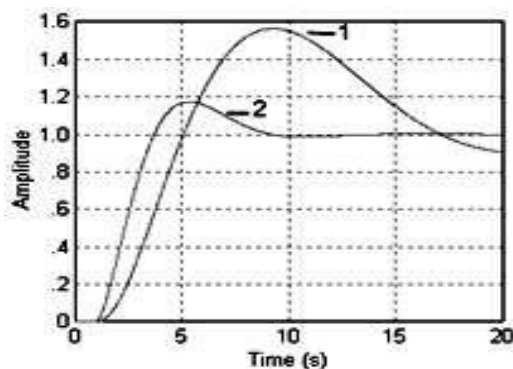


Рис. 1. Реакция системы управления на единичное входное воздействие с классическим ПИД-регулятором (1) и ПИД^μ-регулятором в его рациональной форме (2)

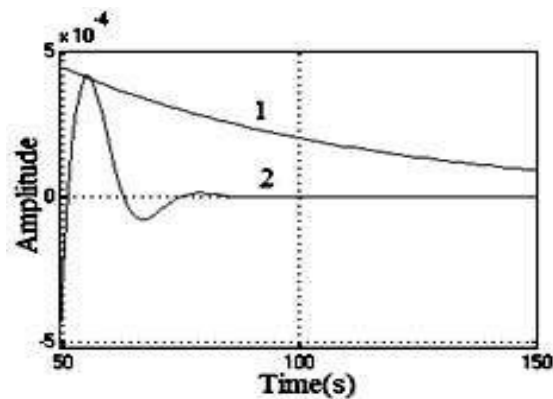


Рис. 2. Остаточная статическая ошибка (через 50 с) системы с классическим ПИД-регулятором (2) и ПИД^μ-регулятором в его рациональной форме (9)

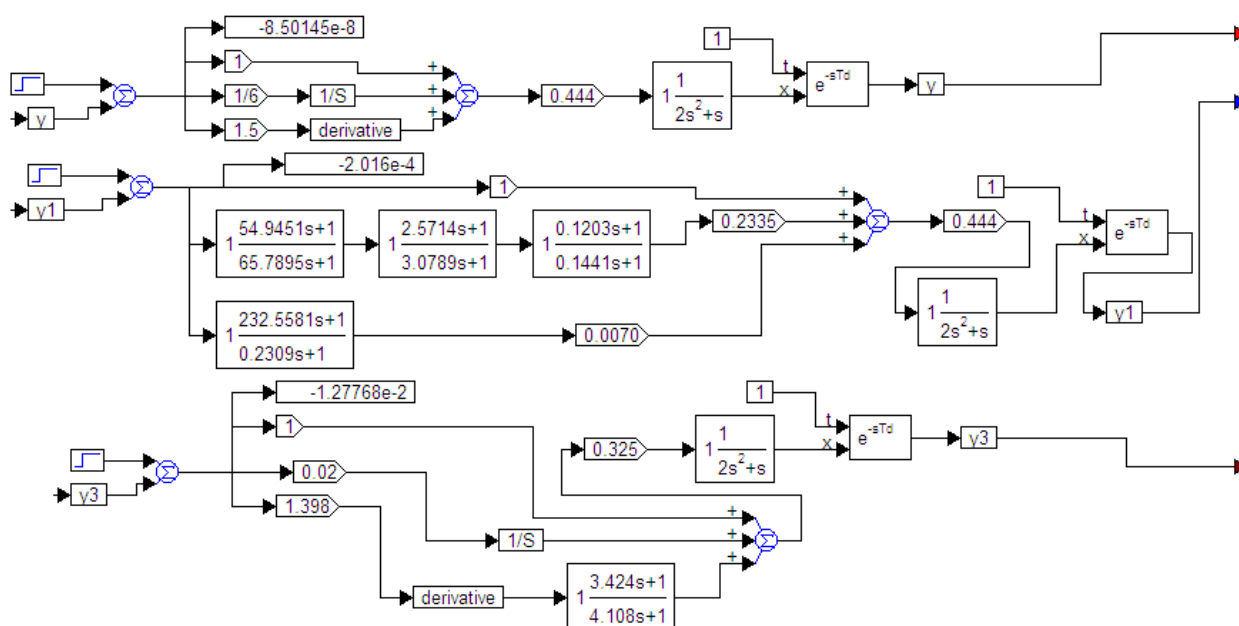


Рис. 3 Структура для моделирования регулятора по соотношению (9) при моделировании в VisSim

Можно предположить, что между сложной структурой вида (9) и простейшей структурой, в которую переходит структура (9) при $\mu = \lambda = 1$, существуют промежуточные по сложности формы регулятора, позволяющие получить качество регулирования лучше, чем с ПИД-регулятором, пусть даже будет хуже, чем с регулятором (9).

Если же с этими промежуточными структурами получится достигнуть соизмеримого или лучшего качества, чем со структурами вида (9), то результат по всем параметрам превзойдет результат, получаемый методом, предлагаемым в анализируемой серии статей. Обоснованность надежд на лучшие результаты состоит в том, что в проанализированной методике коэффициенты регулятора рассчитываются по далеко не идеальной методике и реализуется приблизительно.

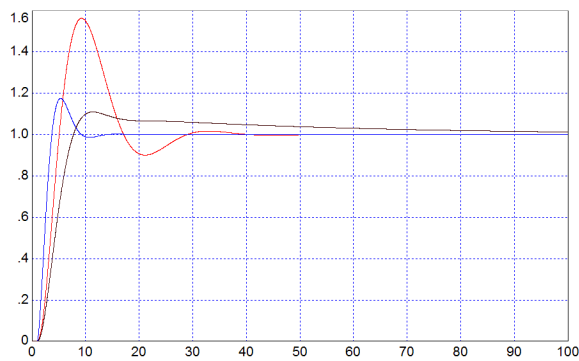


Рис. 4. Соответствующие переходные процессы при единичном ступенчатом скачке задания в структуре по рис. 3

На рис. 5 показана схема моделирования системы по уравнению (9). Модельный анализ показал, что тракт, содержащий три последовательно включенные передаточные функции (средний на рис. 5), не оказывает существенного влияния на свойства системы, причем его наличие увеличивает

перерегулирование вдвое. Эта ситуация совершенно естественна, поскольку в объекте содержится интегратор, на что указывает отсутствие свободного члена в знаменателе его передаточной функции. Это дает основание устранить этот тракт из регулятора, чем достигается существенное его упрощение без ухудшения качества системы. Поэтому альтернативный регулятор отыскивается в классе ПД-регуляторов или их модификации.

Предлагается использовать дробно-рациональный ПД-регулятор со структурой следующего вида:

$$W_R(s) = K_1 + K_2 \frac{as+1}{bs+1}. \quad (10)$$

Параметры регулятора предлагается найти методом оптимизации в приложении VisSim5.0. Целевую функцию зададим в виде:

$$\Psi = \int_0^T |e(t)| dt. \quad (11)$$

Рассмотрим передаточную функцию вида

$$W_2(s) = \frac{as+1}{bs+1}. \quad (12)$$

Программное обеспечение VisSim не позволяет напрямую оптимизировать параметры a и b , поэтому функцию (12) следует привести к виду, более удобному для оптимизации, то есть с использованием коэффициентов, которые задаются внешними параметрами

Для этой цели обозначим входной сигнал x , выходной – z , и $W_2(s) = z(s) / x(s)$. Отсюда путем несложных преобразований получим:

$$z(s) = 1/b \{ ax(s) + 1/s [-z(s) + x(s)] \}. \quad (13)$$

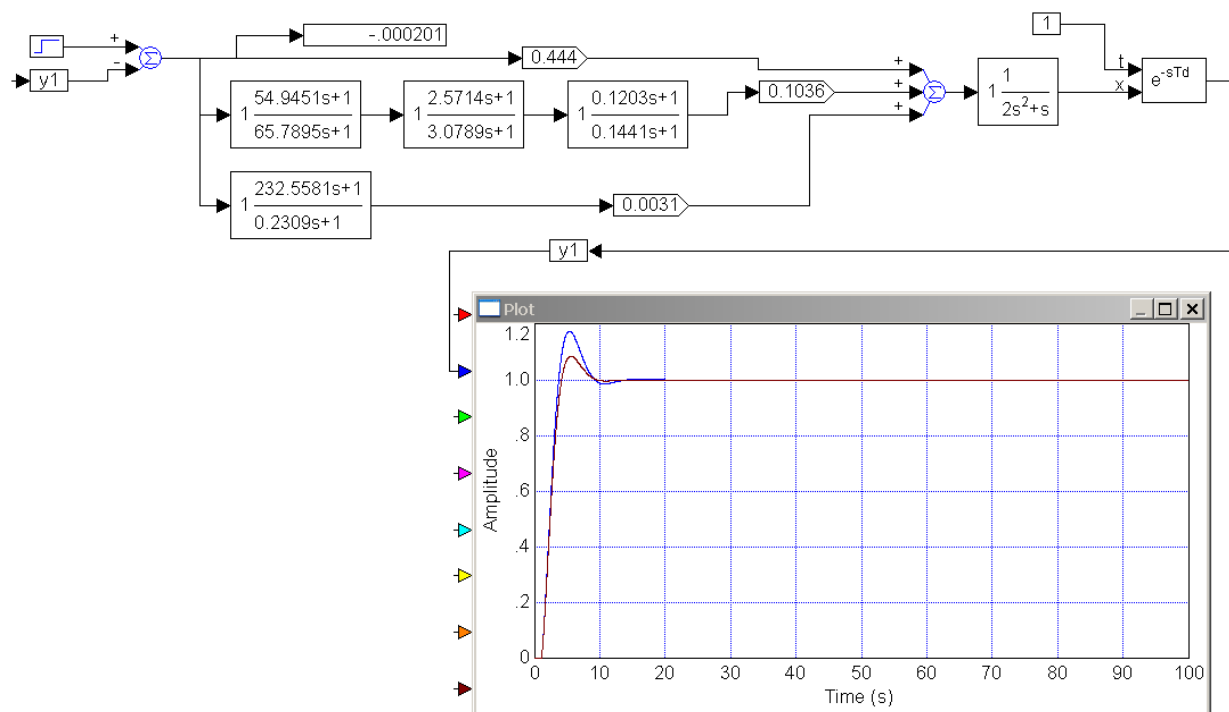


Рис. 5. Результаты моделирования, которые иллюстрируют, что средняя связь не слишком нужна, или вовсе не нужна. Процесс при наличии этой связи имеет несколько большее перерегулирование

На рис. 6 показана структура, обеспечивающая моделирование передаточной функции по уравнению (13). Для корректности деления необходимо исключить нулевое значение параметра b , что может быть обеспечено использованием ограничителя. На рис. 7 показана структура регулятора с использованием такой передаточной функции.

После того, как мы обеспечили внешнее управление коэффициентами передаточной функции, их можно оптимизировать в программе VisSim по критерию (11).

По переходному процессу, показанному на рис. 7, видно, что он существенно лучше, чем процесс, показанный на рис. 5.

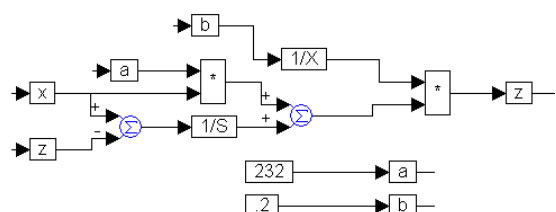


Рис. 6. Структура для моделирования передаточной функции вида (13)

А именно: перерегулирование снижено от 3–8% до 1%, установившаяся ошибка снижена от $2 \cdot 10^{-4}$ до $8,77 \cdot 10^{-15}$. Поскольку весь переходный процесс занимает около 10 с, моделирование на протяжении 100 с нецелесообразно. После уменьшения этого времени до 50 с и повторной

оптимизации получены новые численные коэффициенты регулятора, при которых установившееся значение за это половинное время принимает значение $2,56 \cdot 10^{-10}$. Этот регулятор намного проще регулятора, рассчитанного по процедуре, предложенной в [4]. Хотя теория позволяет предсказать

отсутствие потребности в интегрирующем тракте, этот вопрос можно исследовать путем численной оптимизации. С этой целью достаточно добавить интегральный тракт и структуру для оптимизации его коэффициента, как показано на рис. 8.

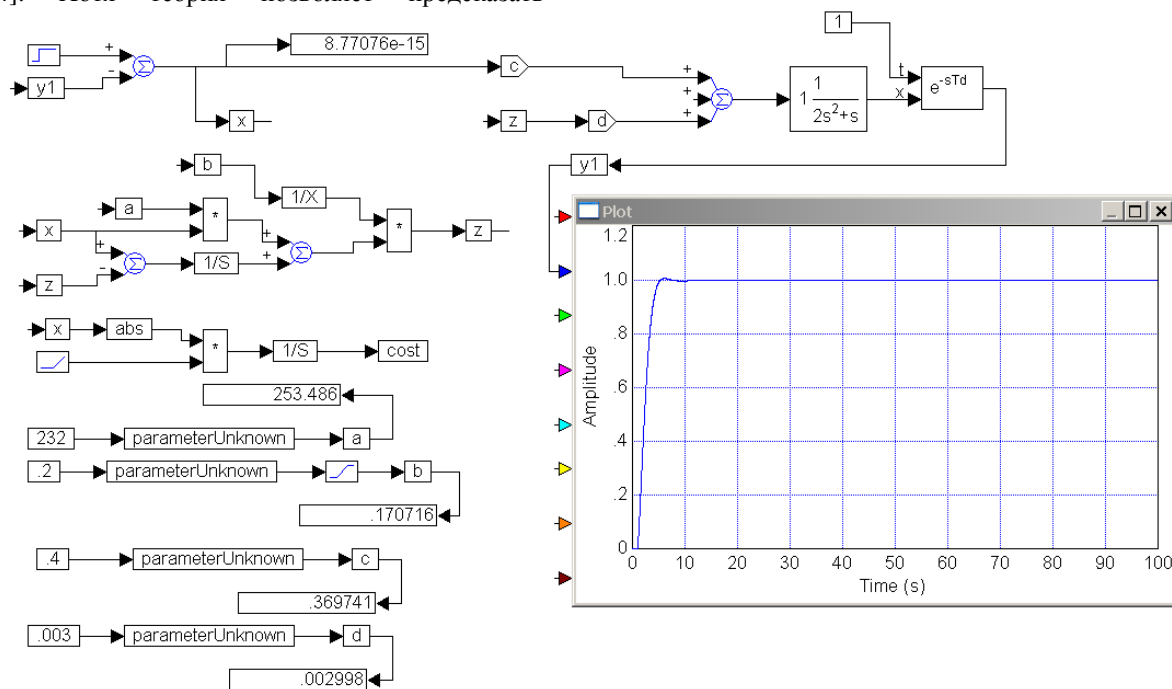


Рис. 7. Структура для оптимизации параметров регулятора и полученный результат

На рис. 9 показаны результаты оптимизации регулятора: окончательные значения коэффициентов записаны в блоках числовых

мониторов на выходах оптимизируемых переменных.

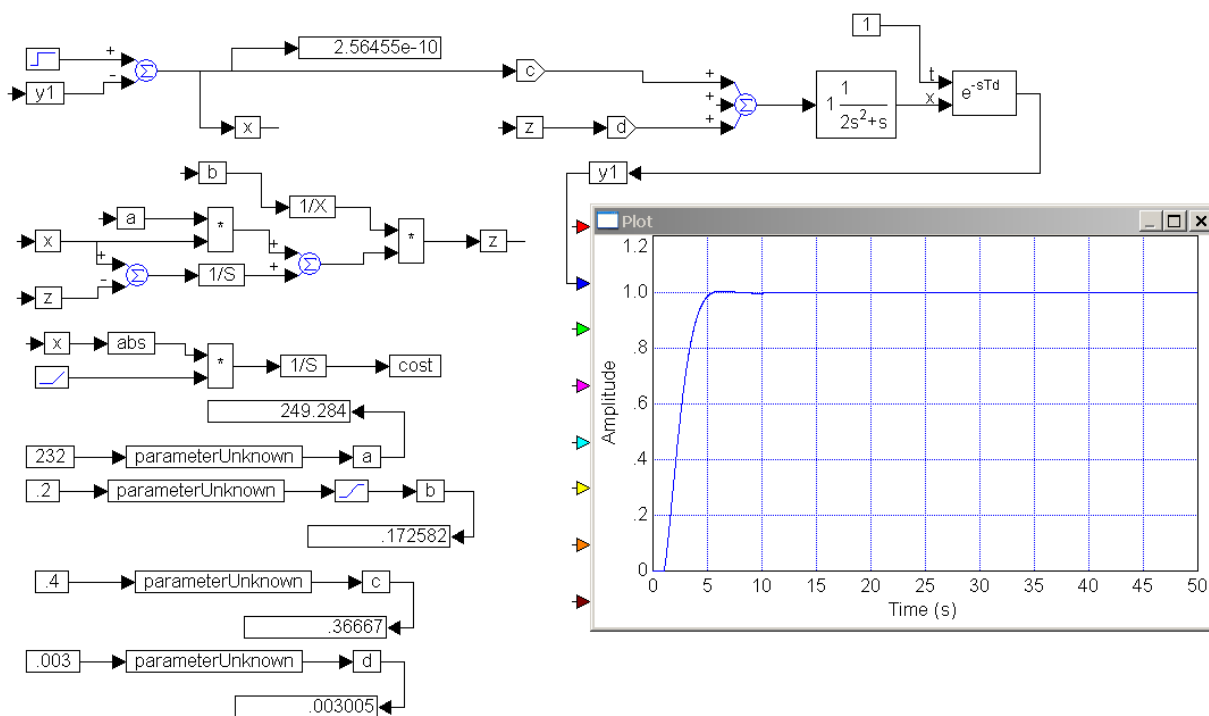


Рис. 8. То же при уменьшении времени интегрирования вдвое

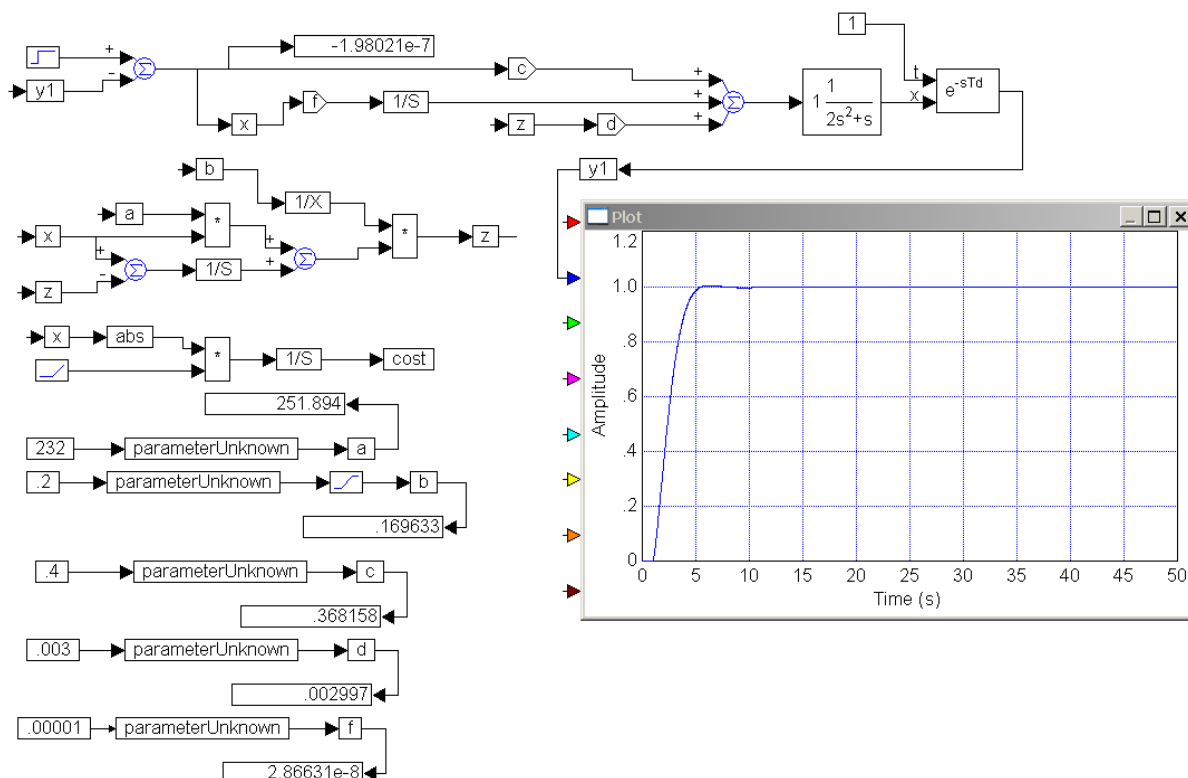


Рис. 9. То же, что на рис. 8, с введением интегратора

Результирующий коэффициент интегрального тракта (обозначен переменной f) чрезвычайно мал: $K_I = 2,866 \cdot 10^{-8}$. Признаком того, что интегратор в регуляторе с данным объектом не требуется, содержится и в изменении целевой функции: после его введения она изменилась не существенно, от 0,172 до 0,169.

По результатам оптимизации можно рекомендовать регулятор, который рассчитан в структуре, показанной на рис. 9, но его реализация может быть осуществлена в более простой структуре, поскольку уравнения (13) описывает передаточную функцию из уравнения (10).

Результат синтеза регулятора, таким образом, дается следующим уравнением (10), где $K_1 = 0.368$; $K_2 = 0.003$; $a = 252$; $b = 0.17$ (значения, рассчитанные в структуре рис. 11, округлены). Полученный результат можно еще упростить, приведя слагаемые к общему знаменателю и осуществив сложение. По виду переходных процессов и по формальным показателям (перерегулирование, установившаяся ошибка) Видно, что указанный регулятор намного проще и намного эффективнее, чем регулятор, предложенный в статье [4].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, моделирование и численная оптимизация продемонстрировали, что этим путем можно синтезировать более простые регуляторы, обеспечивающие лучшую точность и более качественные переходные процессы

(следовательно, и лучшую динамическую точность), чем регуляторы, предложенные в работе [4]. В итоге достигнуто как упрощение регулятора, так и его улучшение. Примененная методика апробирована и ранее на многих других задачах синтеза, хотя демонстрация ее эффективности не всегда была столь наглядна [7–9].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Chen, Y.Q., Vinagre, B.M. and Monje, C.A. A Proposition for the Implementation of Non-integer PI Controllers. The Thematic Action 'Systems with Non-integer Derivations' LAP-ENSEIRB, Bordeaux, France, 2003.
- [2] Leu, J.F., Tsay, S.Y. and Hwang, C. Design of Optimal Fractional Order PID Controllers. Journal of the Chinese Institute of Chemical Engineers 33:2, 2002.
- [3] Podlubny, I. Fractional Order Systems and $PI^{\lambda}D^{\mu}$ Controllers. IEEE Transactions on Automatic Control 44:1, 1999, pp. 208-214.
- [4] Bettoua, K. and Charef, A. Control quality enhancement using fractional $PI^{\lambda}D^{\mu}$ controller. International Journal of Systems Science Vol. 40, No. 8, 2009, pp. 875-888.
- [5] Ziegler, J.G and Nichols, N.B. Optimum Settings for Automatic Controllers. Transactions of the ASME 64, 1942, pp. 759-768.
- [6] Заворин А.Н., Ядрышников О.Д., Жмудь В.А. Усовершенствование качественных характеристик систем управления с обратной связью при использовании PI^2D^2 -регулятора. Сборник научных трудов НГТУ. Новосибирск. 2010. 4 (62). С.41 – 50.
- [7] Воевода А.А., Жмудь В.А., А.Н. Заворин, О.Д. Ядрышников. Сравнительный анализ методов оптимизации регуляторов с использованием программных средств VisSim и MATLAB //

Мехатроника, автоматизация и управление. № 9, 2012. с. 37 – 43.

[8] Синтез робастного регулятора методом двойной итеративной параллельной численной оптимизации / Б. В. Поллер, В. А. Жмудь, С. П. Новицкий, А. Н. Заворин, О. Д. Ядрышников // Научный вестник НГТУ. - 2012. - № 2. - С 196 -200.

[9] Метод проектирования адаптивных систем для управления нестационарными объектами с запаздыванием. / В. А. Жмудь, А.Н. Заворин, Полищук А.В., О. Д. Ядрышников // Научный вестник НГТУ. - 2012. - №3.



Вадим Жмудь – заведующий кафедрой Автоматики в НГТУ, профессор, доктор технических наук, автор 200 научных статей., главный научный сотрудник Института лазерной физики СО РАН. Область научных интересов и компетенций – теория автоматического управления, электроника, измерительная техника.

E-mail: oao_nips@bk.ru



Александр Заворин, аспирант кафедры Автоматики НГТУ, автор более 10 научных статей. Область научных интересов и компетенций – теория автоматического управления, оптимальные и адаптивные системы, оптимизация, многоканальные системы.

E-mail: pisatel1987@mail.ru